PREPARADURÍA N° 1. FENÓMENOS DE TRANSPORTE I

Ejercicio 1-16 [Streeter, Mecánica de Fluidos]

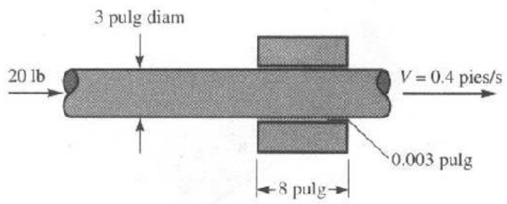


Figura 1.9 Problema 1.16.

1.16 Determinar la viscosidad del fluido entre el eje y la camisa mostrados en la figura 1.9.

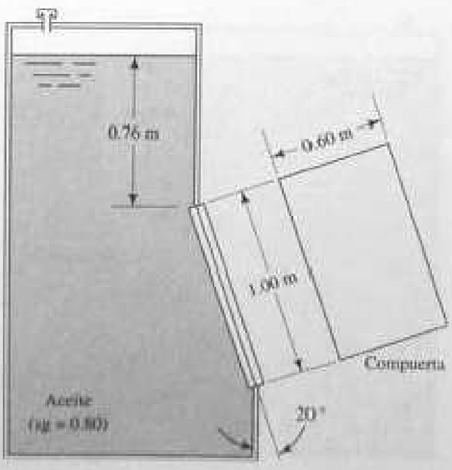
Ejercicio 4.25 ^ 4.29 [Mott, Mecánica de Fluidos]

Fuerzas sobre áreas planas sumergidas

Para cada uno de los casos mostrados en las figuras 4.30 a 4.44, calcule la magnitud de la fuerza resultante sobre el área indicada y la ubicación del centro de presión. Señale la fuerza resultante sobre el área y dimensione su ubicación con claridad.

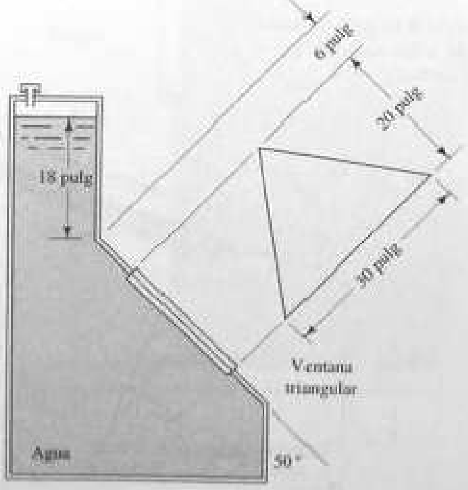
4.25M *Consulte la figura 4.37.*

FIGURA 4.37 Problema 4.25.

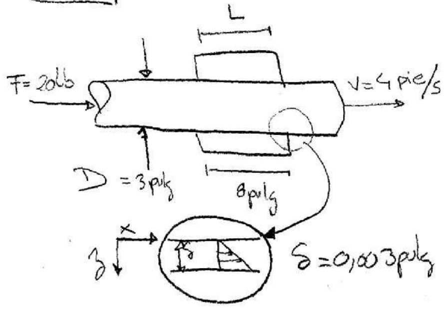


4.29E Consulte la figura 4.41.

FIGURA 4.41 Problema 4.29.



1.16 STREETER. "Mecánica de Fluidos"



Suponiendo que el fluido sea newtoniano

$\longrightarrow \tau = \mu \dot{\gamma}$

Donde $\tau = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi D \cdot L}$

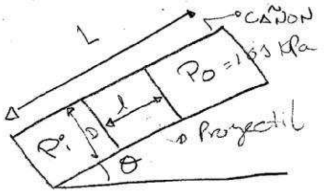
$\dot{\gamma} = \frac{dV}{dz} = \frac{\Delta V}{\Delta z} = \frac{0 - 4 \text{ pie/s}}{0 - 0{,}003 \text{ pulg}}$

$\dot{\gamma} = 16.000 \ 1/\text{seg}$

Despejando μ se obtiene

$$\mu = \frac{F}{\dot{\gamma} \pi D L} = \frac{20 \text{ lb}}{16000 \frac{1}{\text{seg}} \cdot \pi \cdot 3'' \cdot 8''} = 1{,}657 \times 10^{-5} \frac{\text{lb} \cdot \text{seg}}{\text{pulg}^2} \cdot \frac{(12 \text{ pulg})^2}{(1 \text{ ft})^2}$$

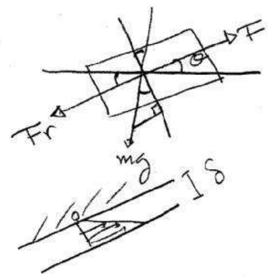
$$\longrightarrow \mu = 2{,}387 \times 10^{-3} \frac{\text{lb seg}}{\text{ft}^2}$$



$L = 10\,m$
$D = 10\,cm$
$l = 20\,cm$
$m_{proyectil} = 1\,Kg$
$\theta = 45^0$
$t = 0{,}01\,seg$
↳ tiempo que tarda en salir del cañon

Entre el proyectil y el cañon hay un espesor $\delta = 0{,}001\,mm$ de aire
$\mu_{aire} = 3 \times 10^{-5}\,Pa.s$
- Ocurrida la detonación se genera una P_i cte
(a) v de salida ?
(b) P_i ?

Balance de Fuerzas en el Proyectil



$$\Sigma F = m.a \neq 0$$
$$F - Fr - mg\,sen(\theta) = m.a$$

Donde
$$F = (P_i - P_0)A_1 \quad con \quad A_1 = \frac{\pi D^2}{4} \quad (P_i - P_0 = \Delta P$$
$$Fr = \tau . A_2 \quad con \quad A_2 = \pi D l \ \wedge \ \tau = \mu \frac{dV_x}{dy}$$

Sustituyendo nos queda

$$\Rightarrow \Delta P A_1 - \mu \frac{dV_x}{dy} A_2 - mg\,sen(\theta) = m \frac{dV}{dt}$$

simplificando la derivada a un delta en la dirección "y"

$$\Rightarrow \frac{dV_x}{dy} = \frac{\Delta V_x}{\Delta y} = \frac{v}{\delta}$$

Por lo tanto:

$$\underbrace{\frac{\Delta P \pi D^2}{4m} - g\,sen(\theta)}_{A} - \underbrace{\frac{\mu \pi D l}{m\delta}}_{B} v = \frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow \quad A - Bv = \frac{dv}{dt}$$ Separamos variables e integramos

$$\Rightarrow \int_{t_i=0}^{t} dt = \int_{v_i=0}^{v} \frac{dv}{A - Bv} \Rightarrow t = -\frac{1}{B} \ln\left[\frac{A - Bv}{A}\right]$$

Despejamos v obtenemos

$$\boxed{v = \frac{A}{B} - \frac{A}{B} e^{-Bt}} \quad (1)$$

con $B = \frac{\mu \pi D l}{m\delta} =$
$A = \frac{\Delta P \pi D^2}{4m}$

Para calcular el valor de A

$$\frac{dx}{dt} = v = \frac{A}{B} - \frac{A}{B} e^{-Bt}$$

$$\Rightarrow \int_0^x dx = \int_0^t \left(\frac{A}{B} - \frac{A}{B} e^{-Bt} \right) dt$$

$$x \Big]_0^x = \left[\frac{A}{B} t + \frac{A}{B^2} e^{-Bt} \right]_0^t$$

$$\rightarrow \quad x = \frac{A}{B} \left[t + \frac{1}{B} e^{-Bt} - \frac{1}{B} \right]$$

Despejamos A

$$\Rightarrow \quad A = \frac{Bx}{\left(t + \frac{1}{B} e^{-Bt} - \frac{1}{B} \right)} \qquad \left\{ \begin{array}{l} t = 0{,}01 \text{ seg} \\ x = 10\text{m} = L \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \quad A = 201258{,}58 \ m/s^2$$

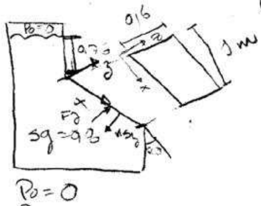
De (1) $\boxed{v = 1993{,}74 \ m/s}$ (a)

(b) Si $A = \frac{\Delta P \pi D^2}{4m} - g \operatorname{sen}(\theta) \Rightarrow \Delta P = 20{,}13 \ \text{MPa}$

$$\Rightarrow P_i - P_0 = 20{,}13 \ \text{MPa}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_i = 20{,}23 \ \text{MPa}}$$

4.25 Mott. Mecánica de Fluidos



① Sin proyectar el área

Por la Ecuación Fundamental de la Hidrostática @ ρ cte

$P - \cancel{P_0}^{0} = sg\,\rho_{H_2O}\,g\,h + sg\,\rho_{H_2O}\,g\,(0{,}76)$

Donde

$h = x\cos(20) \Rightarrow P = sg\,\rho_{H_2O}\,g\,(x\cos(20) + 0{,}76)$

$P_0 = 0$

$\rho_{H_2O} = 1000\ \frac{kg}{m^3}$

Sabemos que

$F_z = -\int_A P\,n_s\,dA$ con $P = sg\,\rho_{H_2O}\,g\,(x\cos(20) + 0{,}76)$

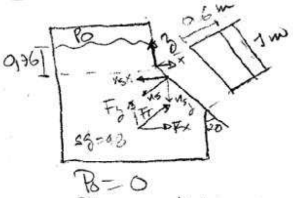
$n_{s_z} = (-)$ $\quad A_z = dx\,dz$

$\Rightarrow F_z = + \iint sg\,\rho_{H_2O}\,g\,(x\cos(20) + 0{,}76)\,dx\,dz$

$= + \int_0^{0,6}\int_0^{1} sg\,\rho_{H_2O}\,g\,(x\cos(20) + 0{,}76)\,dx\,dz$

$= sg\,\rho_{H_2O}\,g \cdot 0{,}6 \left[\frac{x^2}{2}\cos(20) + 0{,}76x\right]_0^1 = \boxed{5{,}785\ KN}$

② Utilizando el teorema de proyección de área



$P_0 = 0$

$\rho_{H_2O} = 1000\ kg/m^3$

• Fuerza en x:

$P = sg\,\rho_{H_2O}\,g\,(0{,}76 + y)$ (Ec Fundamental de la Hidrostática @ ρ cte)

$A_x = dy\,dz \qquad n_{sx} = (-)$

$\Rightarrow F_x = -\int_A P\,n_{sx}\,dA_x = + \iint sg\,\rho_{H_2O}\,g\,(0{,}76 + y)\,dy\,dz$

Límites de integración: $z \in [0,\ 0{,}6]$, $y \in [0,\ ?]$ $\Rightarrow y \in [0, 1\cos(20)]$

$\Rightarrow F_x = sg\,\rho_{H_2O}\,g \int_0^{1}\int_0^{0,6\cos(20)} (0{,}76 + y)\,dy\,dz$

$= sg\,\rho_{H_2O}\,g\,0{,}6\,\left(0{,}76y + \frac{y^2}{2}\right)\Big|_0^{\cos(20)} = 5{,}436\,KN$

• Fuerza en y: $A_y = dx\,dz \quad n_{s_y} = (-)$ Límites de integración: $z \in [0, 0{,}6]$, $x \in [0, \operatorname{sen}(20)]$

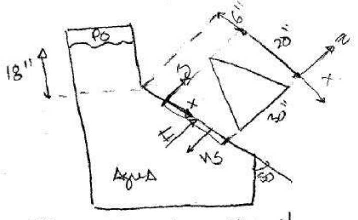
$\Rightarrow F_y = -\iint P\,n_{s_y}\,dA_y = -\iint sg\,\rho_{H_2O}\,g\,(0{,}76 + y)\,dx\,dz$

Buscamos una relación entre x e y $\Rightarrow y = \frac{x}{tg(20)}$

$\Rightarrow F_y = 0{,}6\,sg\,9{,}8\,\rho_{H_2O}\left[\frac{x^2}{2\,tg(20)} + 0{,}76x\right]_0^{\operatorname{sen}(20)} = 1{,}98\,KN \Rightarrow F_{TOT} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

$F_{TOT} = \boxed{5{,}785\,KN}$

4.29 Mott Mecánica de Fluidos



$P_o = 0$ $\quad g\rho_{H_2O} = 62{,}4\ \frac{lb}{ft^3}$

Por la ley de la Hidrostática @ Jette

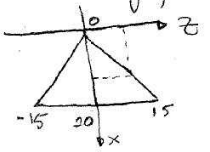
$\Rightarrow P = \cancel{P_o}^{\,0} + 18''\rho g + \rho g\,(6'' + x)\cos(50)$

$A_y = dx\,dz \qquad n_{s_y} = (-)$

Es conocido que

$$F_y = -\iint P\, n_{s_y}\, dA_y = \iint \rho g\,(18'' + (6 + x)\cos(50))$$

sin embargo, vemos que $z = z(x)$



$\Rightarrow z = mx + b \quad \begin{cases} z = 0, & x = 0 \\ z = 15, & x = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} b = 0 \\ m = \frac{3}{4} \end{array} \quad \boxed{z = \frac{3}{4}x}$

· límites de integración: $x : [0, 20]$; $z : \left[-\frac{3}{4}x, \frac{3}{4}x\right]$

Por simetría:

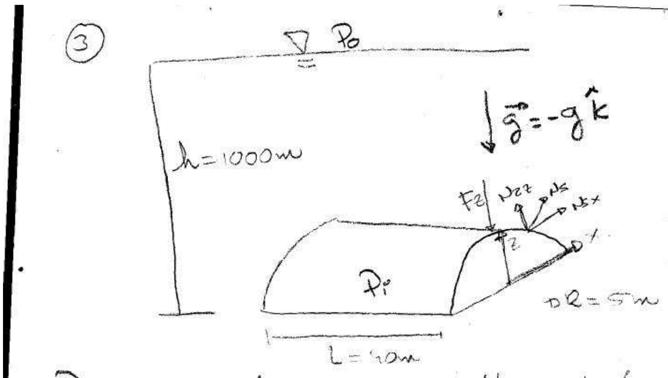
$$\Rightarrow F_y = 2\int_0^{\frac{3}{4}x}\int_0^{20} \rho g\,(18'' + (6 + x)\cos(50))\,dx\,dz = 2\rho g\int_0^{20} \frac{3}{4}x\,(18 + (6 + x)\cos 50)\,dx$$

$$F_y = \rho g\,\frac{3}{2}\left[(18 + 6\cos(50))\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}\cos(50)\right]_0^{20}$$

$$F_y = 62{,}4\,\frac{lb}{ft^3}\cdot\frac{ft^3}{1728\ plg^3}\cdot\frac{3}{2}\left[(18plg + 6plg\cos(50))\frac{(20plg)^2}{2} + \frac{(20plg)^3}{3}\cos(50)\right]$$

$$\Rightarrow \underline{F_y = 329{,}63\ lbf}$$

③



$\rho_{H_2O} = 1034{,}5 - 0{,}4514T$
$T = 17{,}7 - 0{,}0095\,z$
$P_0 = 101000$ Pa
$P_i = 120.000$ Pa

$F_z = ?$

Debido a que ρ varía con la altura de la forma

$$\rho_{H_2O} = 1034{,}5 - 0{,}4514\,(17{,}7 - 0{,}0095\,z)$$

La expresión para la variación de la presión debe integrarse a partir de la ley de la hidrodinámica en su forma genérica

$$\vec{\nabla} P = \vec{g}\rho$$

$$\Rightarrow \cancel{\frac{\partial P}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\hat{j}} + \frac{\partial P}{\partial z}\hat{k} = -g\rho\hat{k} \Rightarrow dP = -\rho g\, dz \quad \text{Integramos desde } \begin{matrix} z = z \\ z = 10 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \int_P^{P_0} dP = -g\int_z^{h} 1034{,}5 - 0{,}4514\,(17{,}7 - 0{,}0095\,z)\, dz$$

$$\Rightarrow P - P_0 = g\int_z^{1000\,m} 1030{,}8 - 0{,}00429\,z = 9{,}8\left[1030{,}8\,z - 0{,}00429\frac{z^2}{2}\right]_z^{100}$$

$$P(z) = P_0 + 10{,}18\times10^6 - 10{,}10\times10^3 z + 0{,}0209\,z^2$$
$$= 10{,}18\times10^6 - 10{,}10\times10^3 z + 0{,}0209\,z^2$$

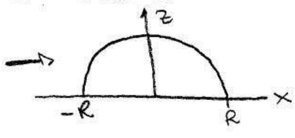
Hallamos la Fuerza vertical F_z fuera del lab.

$F_z = -\iint P(z)\, n_z\, dA_z$ donde $P = P(z)$ $n_s = n_z = (+)$ $dA = dx\,dy$ (Teorema de Proyección de Ar

$$\Rightarrow F_z = -\iint (10{,}18\times10^6 - 10{,}10\times10^3 z + 0{,}0209\,z^2)\,dx\,dy$$

Buscamos una relación entre $z \wedge x \vee y$.

$\rightarrow$



$$\Rightarrow x^2 + z^2 = R^2$$
$$\Rightarrow z = \sqrt{25 - x^2}$$

Sustituyendo nos queda

$$F_z = -\int_0^{40}\int_{-5}^{5} \underbrace{10{,}18\times10^6}_{\mathrm{I}} - \underbrace{10{,}10\times10^3\sqrt{25-x^2}}_{\mathrm{II}} + \underbrace{0{,}0209\,|25-x^2|}_{\mathrm{III}}\, dx\, dz$$

Debido a que I y III suponen integración simple, se resolverá explícitamente II

$$\mathrm{II} = +\int_0^{40}\int_{-5}^{5} 10{,}10\times10^3\sqrt{25-x^2}\, dx\, dz = 40.\ 10{,}10\times10^3\int_{-5}^{5}\sqrt{25-x^2}\, dx$$

Donde

$$\int_{-5}^{5}\sqrt{25-x^2}\, dx \quad \text{con} \quad \begin{array}{l} x = 5\cos(U) \\ dx = -5\,\mathrm{sen}(U)\,dU \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} x=5 \Rightarrow U=0 \\ x=-5 \Rightarrow U=\pi \end{array}$$

$$\Rightarrow \int_{\pi}^{0} -\sqrt{25-(5\cos(U))^2}\,5\,\mathrm{sen}(U)\, dU = +5\int_0^{\pi} 5\sqrt{1-\cos^2(U)}\,\mathrm{sen}(U)\, dU = 25\int_0^{\pi}|\mathrm{sen}(U)|\,\mathrm{sen}(U)\, d$$

$$= 25\int_0^{\pi}\mathrm{sen}^2(U)\, dU = 25\int_0^{\pi}\frac{1}{2}(1-\cos(2U))\, dU = \frac{25}{2}\left[U + \frac{1}{2}\mathrm{sen}(2U)\right]_0^{\pi} = \frac{25}{2}\pi$$

Sustituyendo en II

$$\mathrm{II} = 40.\ 10{,}10\times10^3 \cdot \frac{25\pi}{2}$$

Finalmente

$$F_z = 40\left[-10{,}18\times10^6\frac{x^2}{2} + 10{,}10\times10^3\frac{25\pi}{2} + 0{,}0209\frac{x^3}{3}\right]_{-5}^{5}$$

$$F_{z_1} = -4{,}05613\times10^9\, N = -4056{,}93\, MN.$$

Dentro del LAB

$$P = cte = P_i \quad dA = dx\,dz \quad n_s = (-)$$

$$F_{z2} = -\iint P_i\, n_s\, dA = +\int_0^{40}\int_{-5}^{5} 120000.\, dx\, dz = 48\times10^6\, N = 48\, MN$$

$$F_{neta} = F_{z1} + F_{z2} = \underline{4010\, MN}$$